



AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA
IM. STANISŁAWA STASZICA W KRAKOWIE

Podstawy wytrzymałości materiałów

IMiR - MiBM - Wykład Nr 6

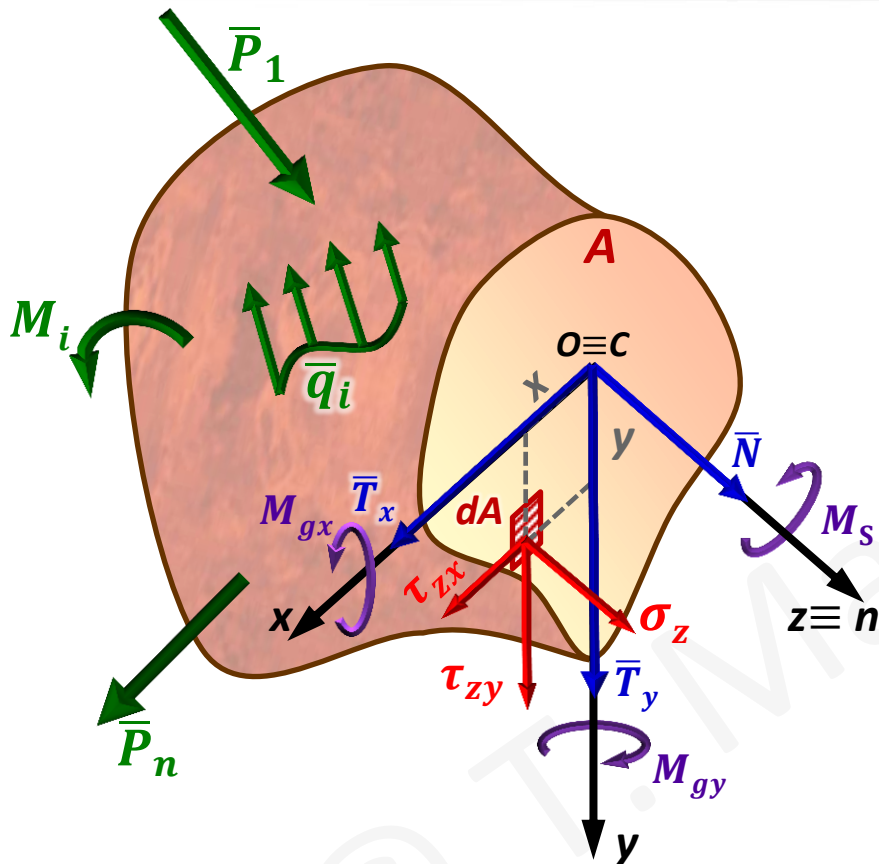
Skręcanie prętów

siły wewnętrzne i naprężenia przy skręcaniu, wykresy momentów skręcających, warunek bezpieczeństwa na skręcanie, warunek sztywności przy skręcaniu, wskaźnik wytrzymałości przekroju na skręcanie, skręcenie prętów o przekroju niekołowym, sprężyny śrubowe, stan naprężenia w elemencie skręcanym, wałki giętkie

Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki
Katedra Wytrzymałości, Zmęczenia Materiałów i Konstrukcji

Dr hab. inż. Tomasz Machniewicz

6.1. Skręcanie – siły wewnętrzne i naprężenia



$$N = \int_A \sigma_z dA \quad - \text{rozciąganie/ściskanie}$$

$$T_x = \int_A \tau_{zx} dA$$

$$T_y = \int_A \tau_{zy} dA$$

- ścinanie

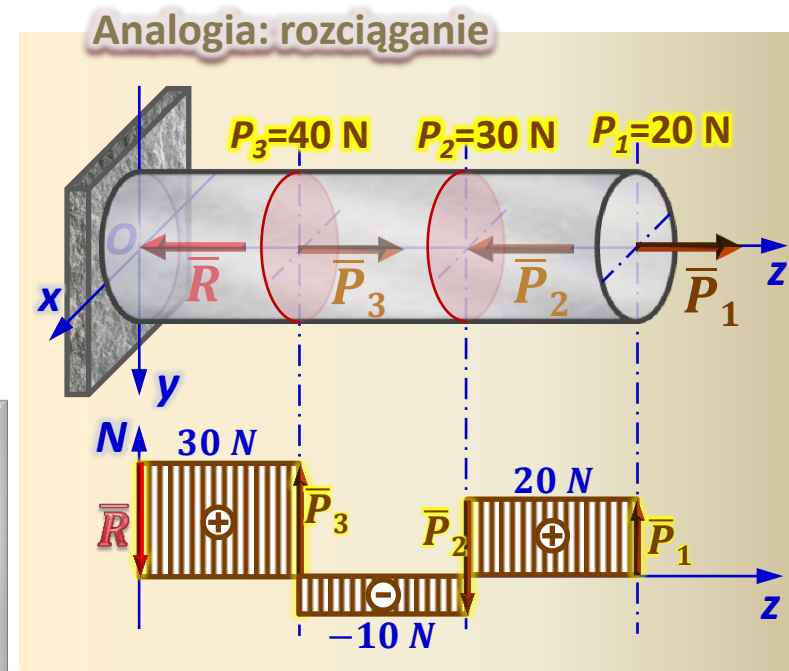
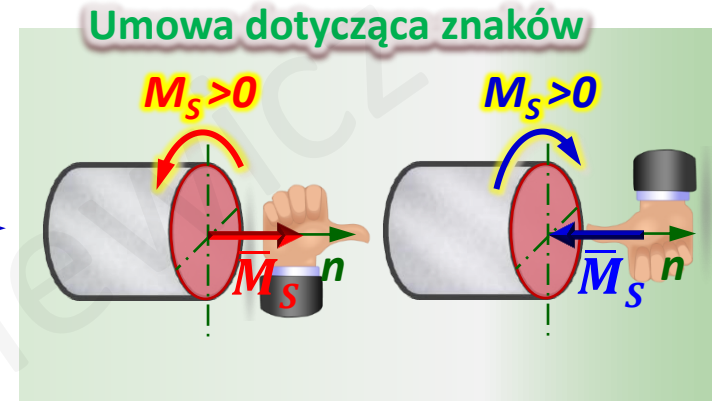
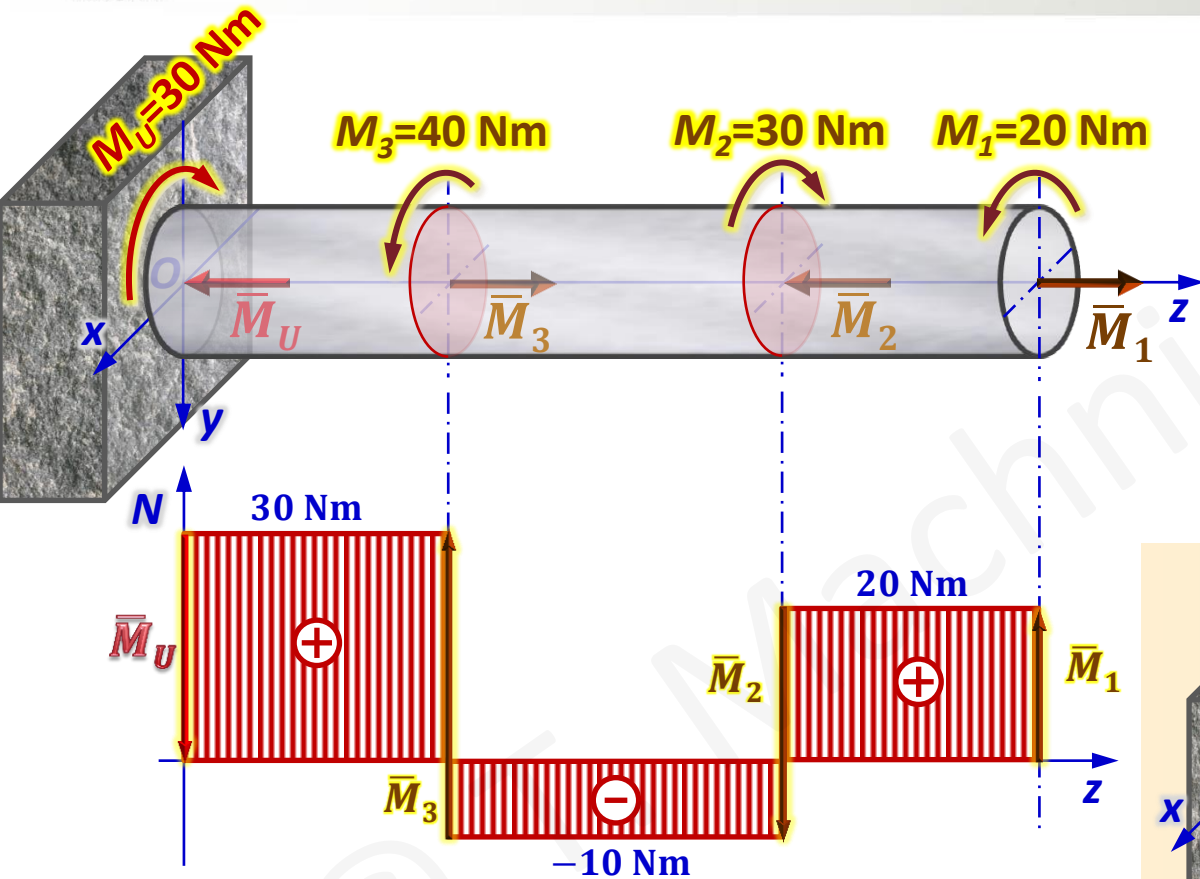
$$M_x = \int_A \sigma_z y dA$$

$$M_y = \int_A \sigma_z x dA$$

- zginanie

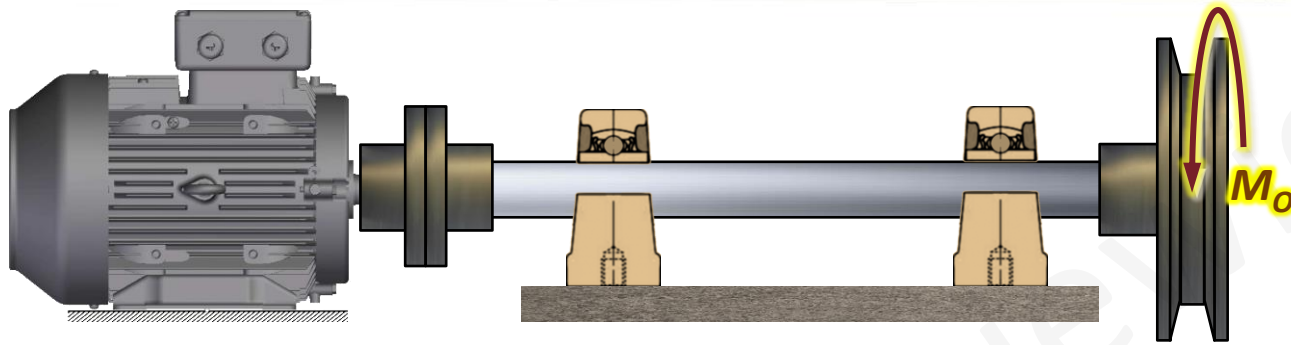
$$M_S = \int_A (\tau_{zy} x - \tau_{zx} y) dA \quad - \text{skręcanie}$$

6.2. Wykresy momentów skręcających



Moment skręcający w danym przekroju poprzecznym pręta, jest algebraiczną sumą wszystkich momentów pochodzących od obciążeń zewnętrznych przyłożonych po jednej stronie rozpatrywanego przekroju, obliczanych względem normalnej do tego przekroju zaczepionej w jego środku ciężkości.

6.3. Moment obrotowy – zależności fizyczne



Zależność pomiędzy mocą (N) a momentem obrotowym (M_o): $N = M_o \cdot \omega$ ($W = Nm \cdot \frac{1}{s}$)

gdzie: M_o - moment obrotowy (Nm); ω – prędkość kątowna ($\frac{1}{s}$);

Gdy dane są:

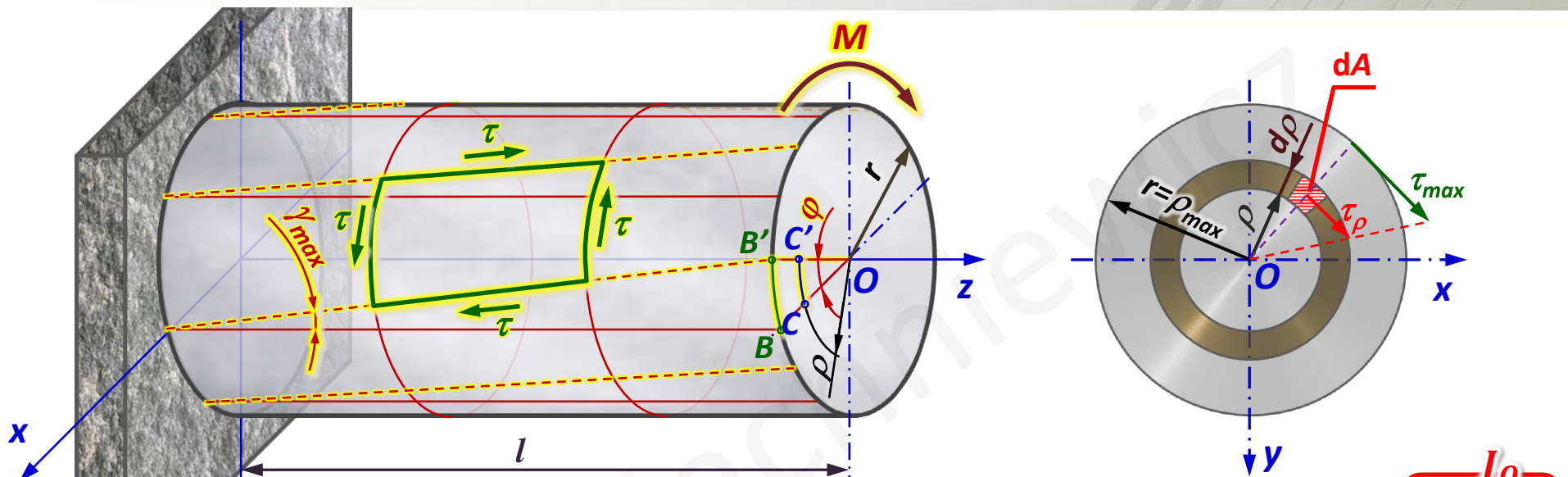
- prędkość obrotowa: n (obr/min)
- moc: N (kW)

Wówczas:

$$\left. \begin{aligned} M_o &= \frac{N}{\omega} \\ \omega &= \frac{\pi n}{30} \end{aligned} \right\} M_o (Nm) = \frac{10^3 \cdot N(kW)}{\pi/30 \cdot n(\text{obr/min})}$$

$$M_o \cong 9550 \frac{N(kW)}{n(\text{obr/min})} (Nm)$$

6.4. Warunek bezpieczeństwa na skręcanie



$$M_S = \int_A \tau(\rho) \cdot \rho \cdot dA = \int_A \tau_{max} \cdot \frac{\rho}{\rho_{max}} \cdot \rho \cdot dA = \frac{\tau_{max}}{\rho_{max}} \int_A \rho^2 dA$$

$$M_S = \frac{\tau_{max}}{\rho_{max}} \cdot J_O \quad \Rightarrow \quad \tau_{max} = \frac{M_S}{J_O} \rho_{max}$$

$$\tau_{max} = \frac{M_S}{W_O} \leq k_S \quad \text{gdzie:} \quad W_O = \frac{J_O}{\rho_{max}}$$

$$\gamma(\rho) = \frac{\varphi \cdot \rho}{l} \quad \Rightarrow \quad \tau \propto \rho \quad \Rightarrow \quad \tau(\rho=r) = \tau_{max}$$

$$\tau(\rho) = \tau_{max} \frac{\rho}{\rho_{max}}$$

$$\tau = G \cdot \gamma$$

prawo Hooke'a dla ścinania

W_O - wskaźnik wytrzymałości przekroju na skręcanie (... , mm^3 , cm^3 , m^3 , ...)

k_S - dopuszczalne naprężenia skręcające

6.5. Wskaźnik wytrzymałości przekroju na skręcanie

$$\tau_{max} = \frac{M_S}{W_O} \leq k_S \quad \text{gdzie:} \quad W_O = \frac{J_O}{\rho_{max}}$$

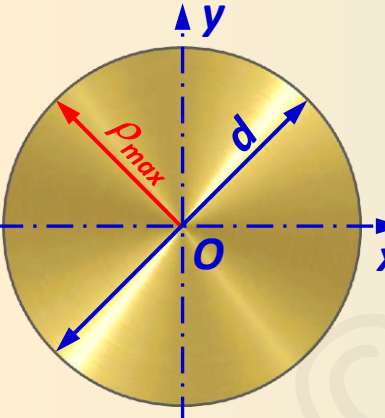
k_S - dopuszczalne naprężenia skręcające

J_O - biegunowy moment bezwładności

W_O - wskaźnik wytrzymałości przekroju na skręcanie

ρ_{max} - odległość zewnętrznych warstw przekroju od środka ciężkości

Wskaźniki W_O dla przekrojów kołowo – symetrycznych



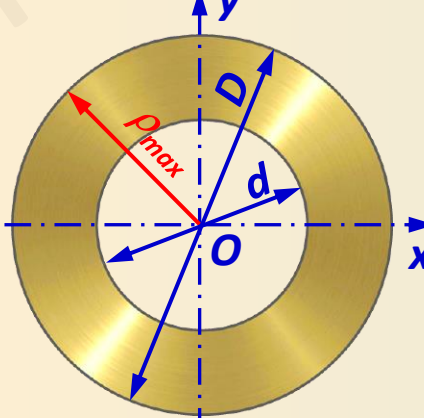
$$W_O = \frac{J_O}{\rho_{max}}$$

$$J_{xc} = J_{yc} = \frac{\pi \cdot d^4}{64}$$

$$J_O = J_x + J_y = \frac{\pi \cdot d^4}{32}$$

$$\rho_{max} = \frac{d}{2}$$

$$W_O = \frac{\pi \cdot d^4}{32} \cdot \frac{2}{d} \Rightarrow W_O = \frac{\pi \cdot d^3}{16}$$



$$W_O = \frac{J_O}{\rho_{max}}$$

$$J_O = J_{OD} - J_{od}$$

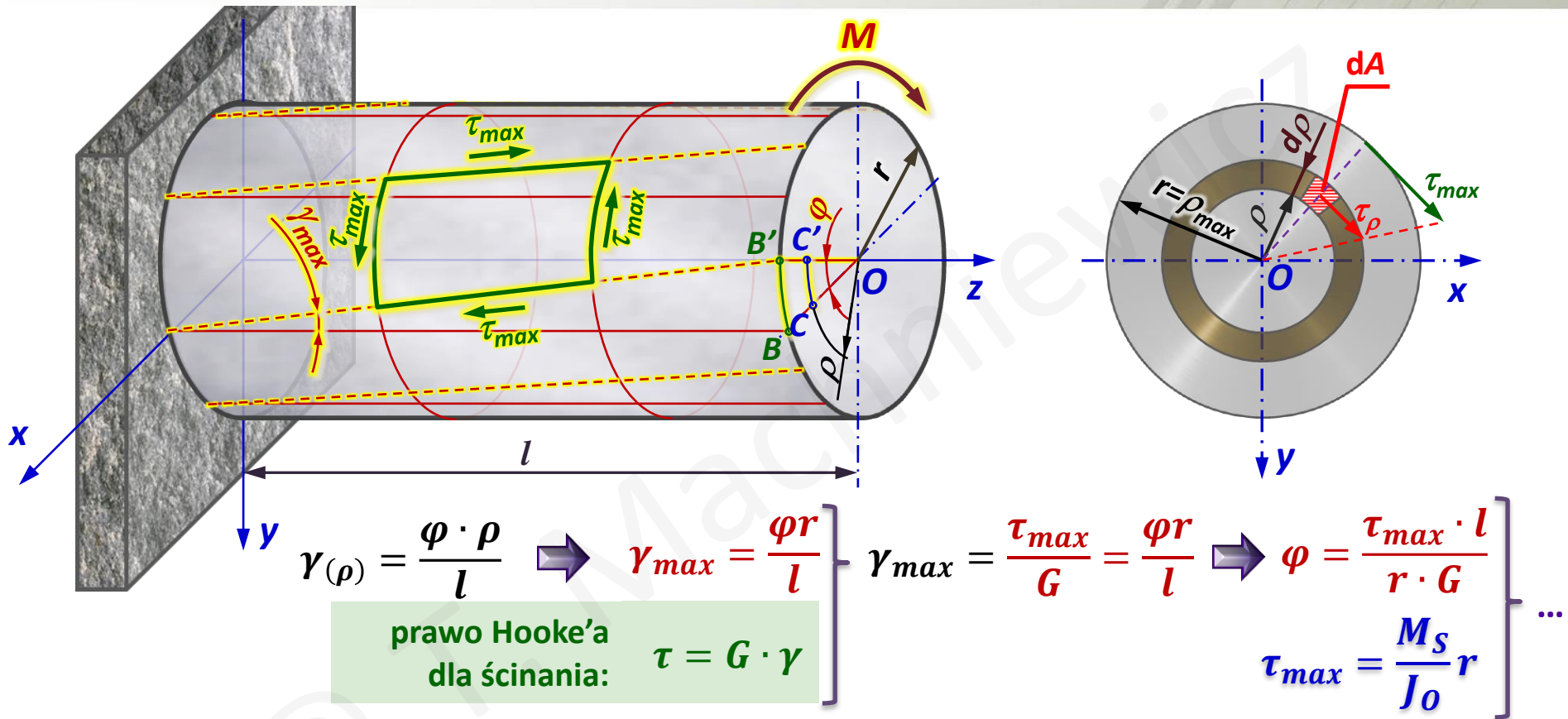
$$J_O = \frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{32}$$

$$\rho_{max} = \frac{D}{2}$$

$$W_O = \frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{32} \cdot \frac{2}{D} \Rightarrow W_O = \frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{16D}$$

Uwaga: Wskaźniki wytrzymałości przekrojów nie są addytywne (nie można ich dodawać ani odejmować).

6.6. Warunek sztywności przy skręcaniu



... $\Rightarrow \varphi = \frac{M_S \cdot r \cdot l}{J_O \cdot r \cdot G}$

$\Rightarrow \varphi = \frac{M_S \cdot l}{J_O \cdot G} \leq \varphi_{dop}$

lub $\varphi' = \frac{M_S}{J_O \cdot G} \leq \varphi'_{dop}$

gdzie:

φ_{dop} - dopuszczalny kąt skręcenia (rad)

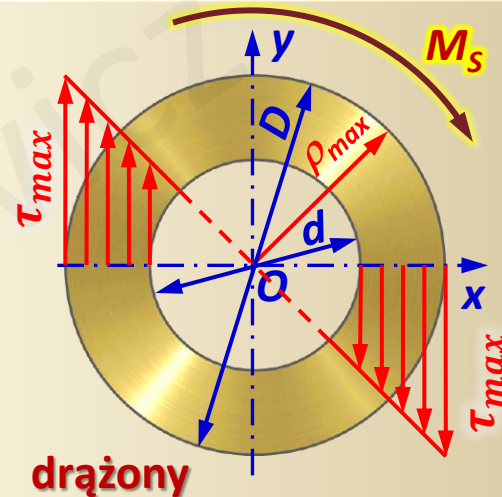
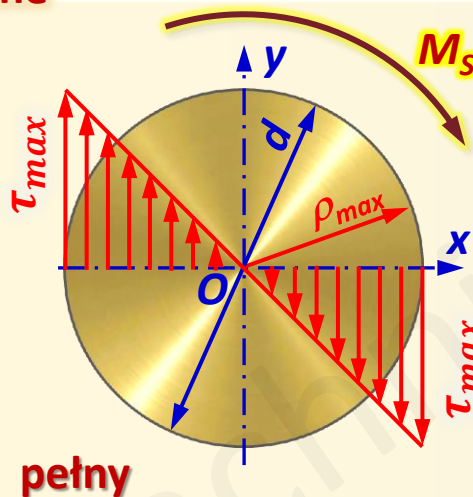
φ'_{dop} - dopuszczalny kąt skręcenia na jednostkę długości (... rad/mm, rad/m, ...)

6.7. Rozkłady naprężeń skręcających

Przekroje kołowo – symetryczne

$$\tau_{max} = \frac{M_S}{W_O} = \frac{M_S}{J_O} \cdot \rho_{max}$$

$$\varphi = \frac{M_S \cdot l}{G \cdot J_O}$$

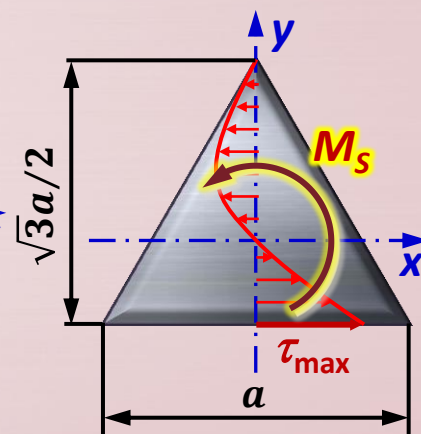
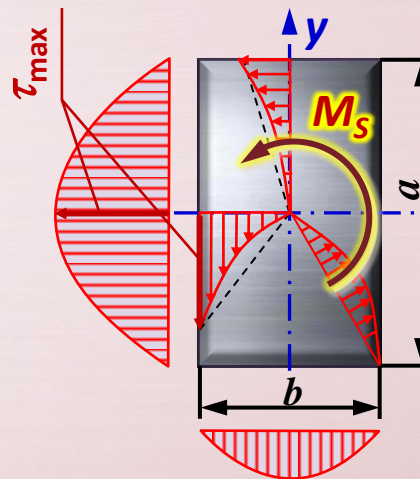
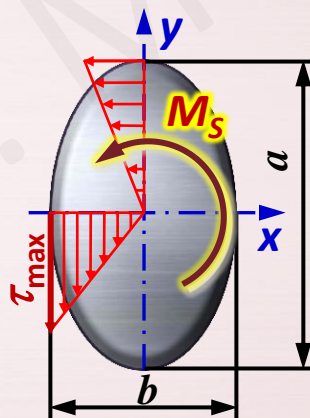


Przekroje niekołowe

$$\tau_{max} = \frac{M_S}{W_S}$$

$$\varphi = \frac{M_S \cdot l}{G \cdot J_S}$$

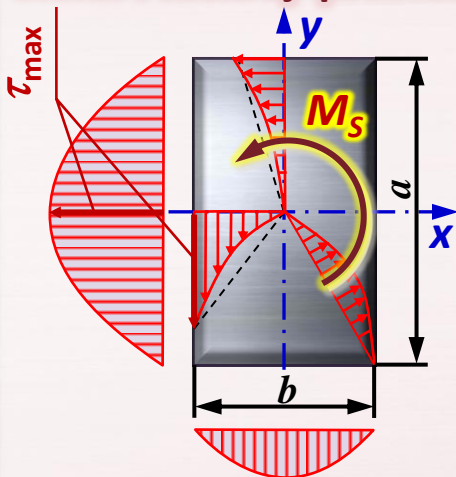
np.:



$$W_S = w(a, b) \quad J_S = j(a, b)$$

6.8. Wybrane przypadki skręcania przekrojów niekołowych

6.8.1. Przekrój prostokątny



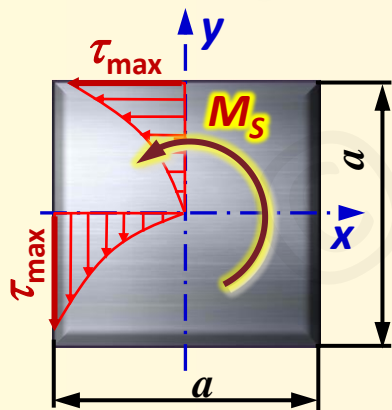
$$\tau_{max} = \frac{M_S}{\alpha \cdot a \cdot b^2} \leq k_s$$

$$\varphi = \frac{M_S \cdot l}{\beta \cdot a \cdot b^3 \cdot G}$$

a/b	1.0	1.5	1.75	2	2.5	3	4	5	6	8	10	∞
α	0.208	0.231	0.239	0.236	0.258	0.267	0.282	0.291	0.299	0.307	0.313	0.333
β	0.141	0.196	0.214	0.229	0.249	0.263	0.281	0.291	0.299	0.307	0.313	0.333

Uwaga: b – krótszy bok prostokąta, a – dłuższy bok prostokąta

6.8.2. Przekrój w kształcie kwadratu



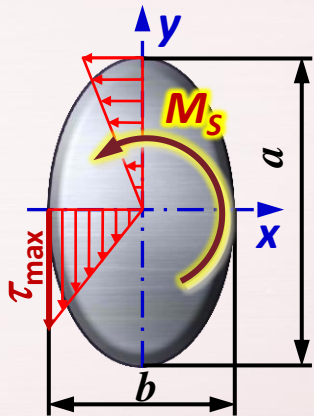
$$\tau_{max} = \frac{M_S}{0.208a^3} \leq k_s$$

$$\varphi = \frac{M_S \cdot l}{0.141a^4 \cdot G}$$

l – długość pręta

6.8. Wybrane przypadki skręcania przekrojów niekołowych

6.8.3. Przekrój w kształcie elipsy



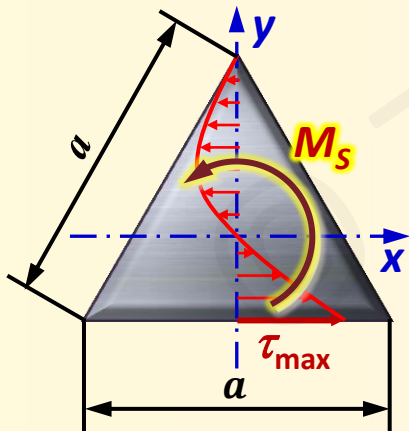
$$\tau_{max} = \frac{16M_S}{\pi \cdot a \cdot b^2} \leq k_s^*$$

$$\varphi = \frac{256 \cdot M_S (a^2 + b^2) l}{G \cdot \pi \cdot a^3 \cdot b^3}^*$$

Uwaga:

a – wielka oś, b – mała oś

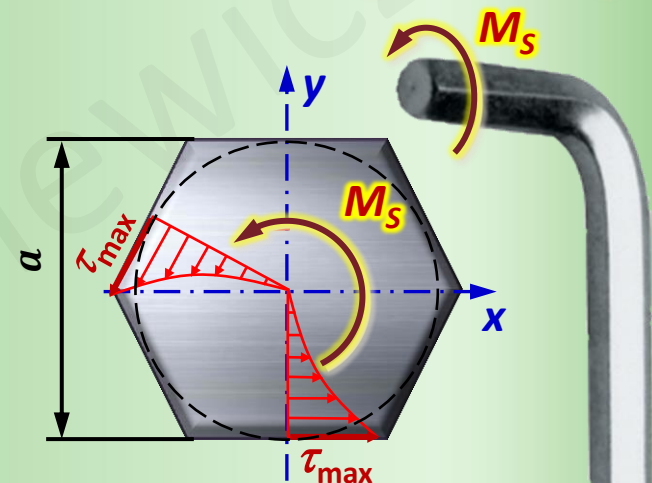
6.8.4. Przekrój w kształcie trójkąta równobocznego



$$\tau_{max} = \frac{20M_S}{a^3} \leq k_s^*$$

$$\varphi = \frac{80 \cdot M_S \cdot l}{G \cdot \sqrt{3} \cdot a^4}^*$$

6.8.5. Przekrój w kształcie sześciokąta foremnego



$$\tau_{max} = \frac{M_S}{0.186 \cdot a^3} \leq k_s^*$$

$$\varphi = \frac{M_S \cdot l}{0.114 \cdot G \cdot a^4}^*$$

Porównanie z kołem o średnicy a :

$$\tau_{max} = \frac{M_S}{0.196 \cdot a^3} \quad \varphi = \frac{M_S \cdot l}{0.098 \cdot G \cdot a^4}$$

l – długość pręta

6.9. Skręcanie – przykłady obliczeniowe

Przykład 6.1:

Dla wałka jak na rysunku sporządzić wykresy: (i) momentu skręcającego (M_S), (ii) maksymalnych naprężeń skręcających (τ_{\max}) oraz (iii) kąta skręcenia (φ).

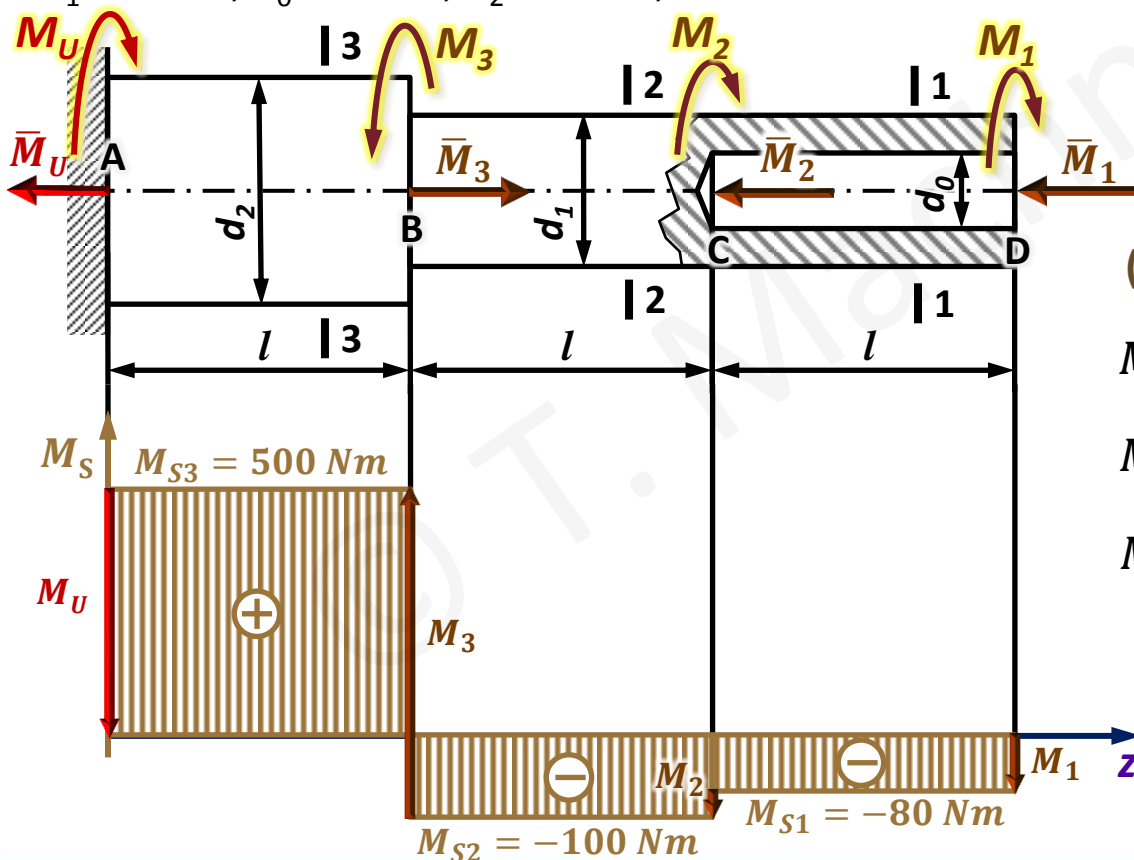
Dane:

$$M_1=80 \text{ Nm}, M_2=20 \text{ Nm}, M_3=600 \text{ Nm}, G=8 \cdot 10^4 \text{ MPa}$$

$$d_1=20 \text{ mm}, d_0=10 \text{ mm}, d_2=30 \text{ mm}, l=400 \text{ mm}$$

Szukane:

Wykresy: $M_S, \tau_{\max}, \varphi$



(i) Wykres momentu skręcającego M_S ,

$$M_{S1} = -M_1 = -80 \text{ Nm}$$

$$M_{S2} = -M_1 - M_2 = -100 \text{ Nm}$$

$$M_{S3} = -M_1 - M_2 + M_3 = 500 \text{ Nm}$$

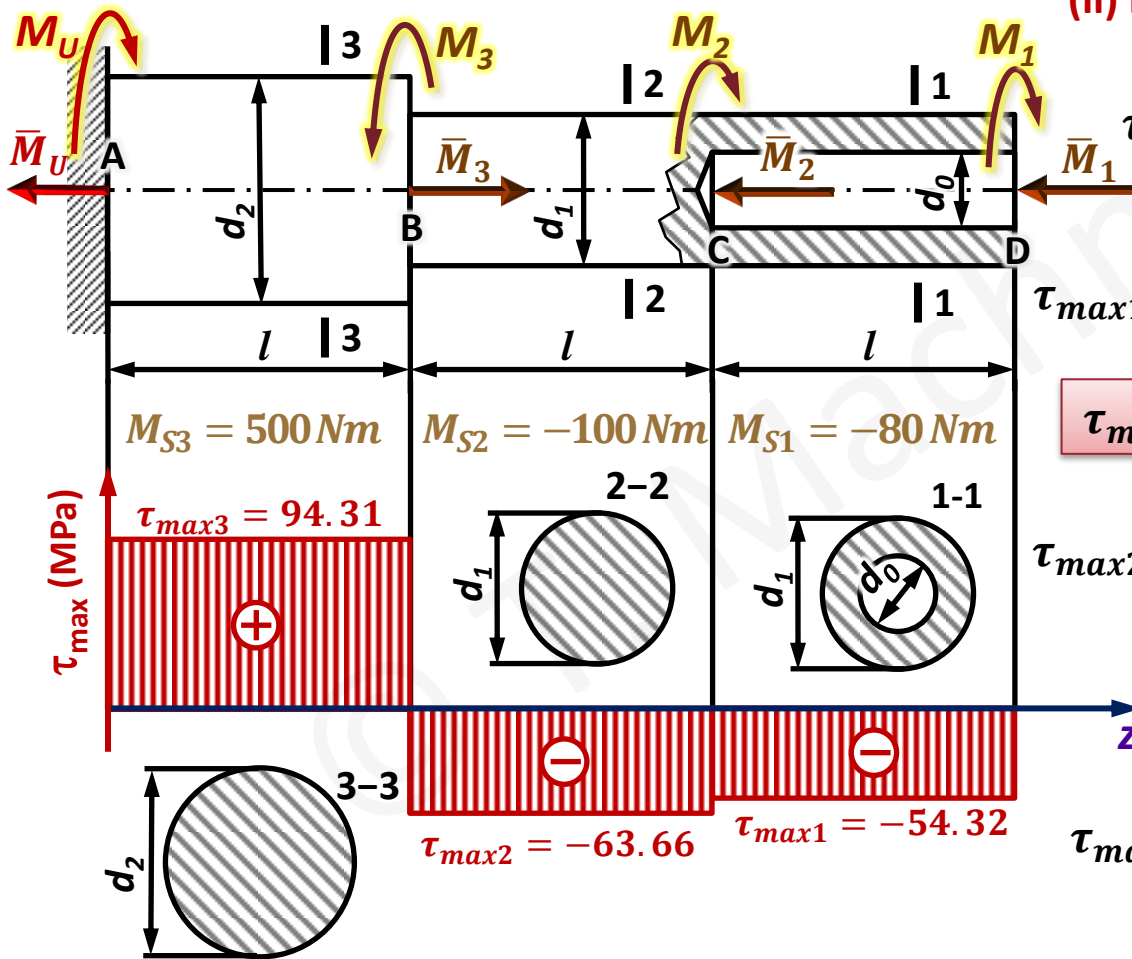
6.9. Skręcanie – przykłady obliczeniowe

Przykład 6.1:

Dane: $M_1=80 \text{ Nm}$, $M_2=20 \text{ Nm}$, $M_3=600 \text{ Nm}$, $G=8 \cdot 10^4 \text{ MPa}$
 $d_1=20 \text{ mm}$, $d_0=10 \text{ mm}$, $d_2=30 \text{ mm}$, $l=400 \text{ mm}$

Szukane:

Wykresy: M_S , τ_{\max} , φ



(ii) Maksymalne naprężenia skręcające τ_{\max} ,

$$\tau_{\max 1} = \frac{M_{S1}}{W_{O1}}; \quad W_{O1} = \frac{\pi \cdot (d_1^4 - d_0^4)}{16 \cdot d_1}$$

por. p. 6.4

$$\tau_{\max 1} = \frac{16 \cdot M_{S1} \cdot d_1}{\pi \cdot (d_1^4 - d_0^4)} = \frac{16 \cdot (-80\,000) \cdot 20}{\pi \cdot (20^4 - 10^4)}$$

$$\tau_{\max 1} = -54.32 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\max 2} = \frac{M_{S2}}{W_{O2}} = \frac{16 \cdot M_{S2}}{\pi \cdot d_1^3} = \frac{16 \cdot (-100\,000)}{\pi \cdot 20^3}$$

$$\tau_{\max 2} = -63.66 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\max 3} = \frac{M_{S3}}{W_{O3}} = \frac{16 \cdot M_{S3}}{\pi \cdot d_2^3} = \frac{16 \cdot 500\,000}{\pi \cdot 30^3}$$

$$\tau_{\max 3} = 94.31 \text{ MPa}$$

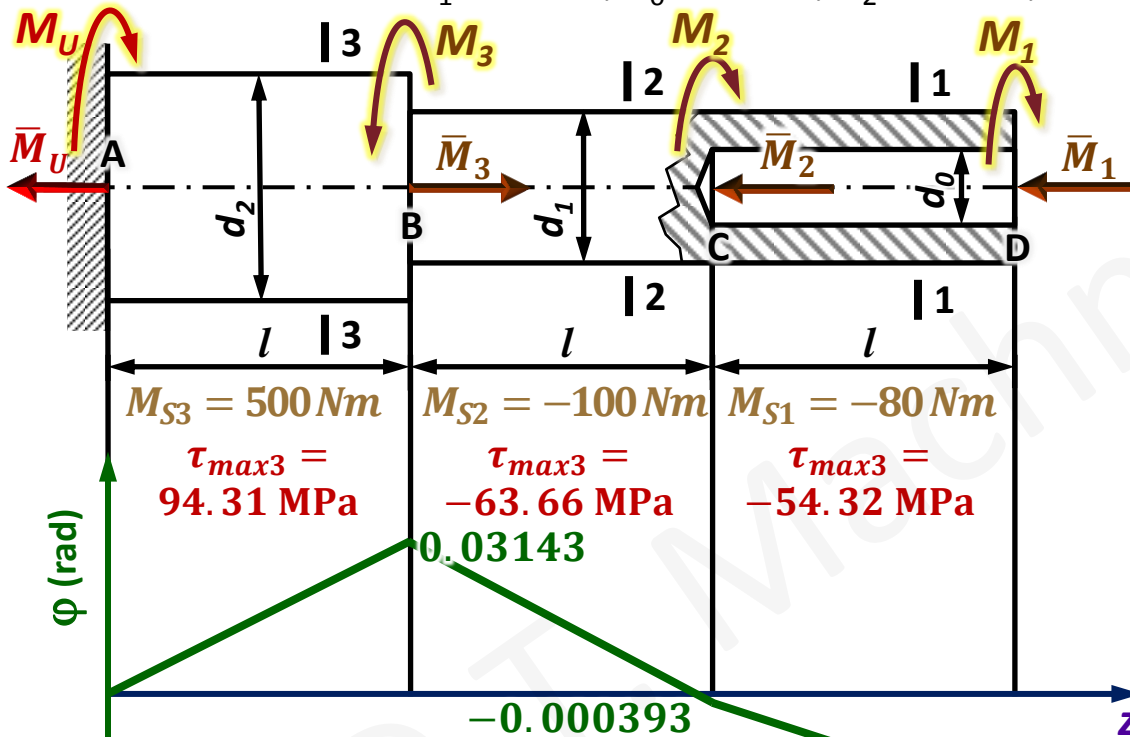
6.9. Skręcanie – przykłady obliczeniowe

Przykład 6.1:

Dane: $M_1=80 \text{ Nm}$, $M_2=20 \text{ Nm}$, $M_3=600 \text{ Nm}$, $G=8 \cdot 10^4 \text{ MPa}$
 $d_1=20 \text{ mm}$, $d_0=10 \text{ mm}$, $d_2=30 \text{ mm}$, $l=400 \text{ mm}$

Szukane:

Wykresy: M_S , τ_{\max} , φ



(iii) Kąt skręcenia φ ,

$$\varphi_A = 0$$

$$\varphi_B = \varphi_A + \Delta\varphi_{AB} \quad \Delta\varphi_{AB} = \frac{M_{S3} \cdot l}{G \cdot J_{03}}$$

$$\varphi_B = \varphi_A + \frac{32 \cdot M_{S3} \cdot l}{G \cdot \pi \cdot d_2^4}$$

$$\varphi_B = 0 + \frac{32 \cdot 500 \, 000 \cdot 400}{8 \cdot 10^4 \cdot \pi \cdot 30^4}$$

$$\varphi_B = 0.03143 \text{ rad}$$

$$\varphi_C = \varphi_B + \Delta\varphi_{BC} = \varphi_B + \frac{32 \cdot M_{S2} \cdot l}{G \cdot \pi \cdot d_1^4}$$

$$\varphi_C = 0.03143 + \frac{32 \cdot (-100 \, 000) \cdot 400}{8 \cdot 10^4 \cdot \pi \cdot 20^4}$$

$$\varphi_C = -0.000393 \text{ rad}$$

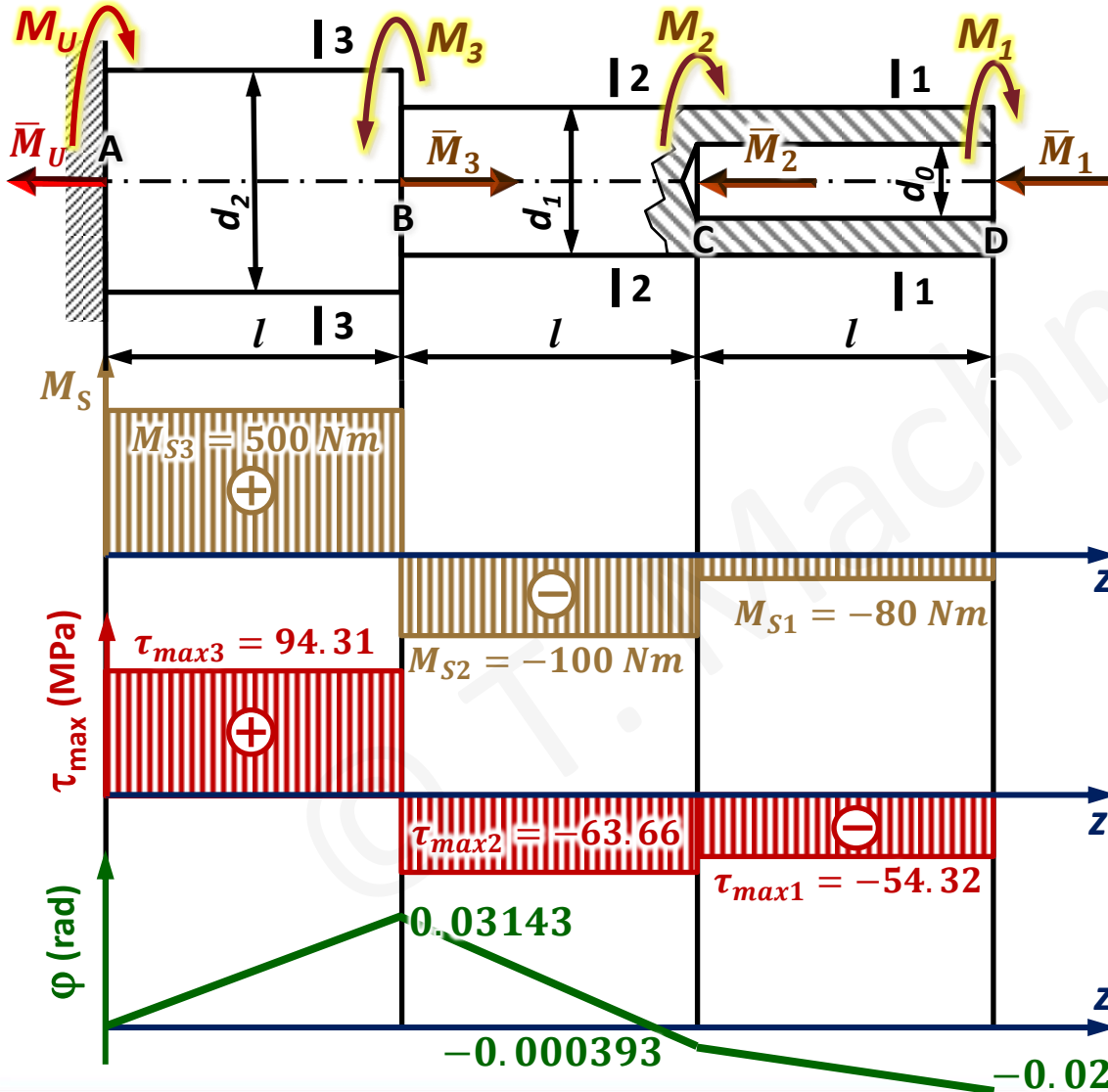
$$\varphi_D = \varphi_C + \Delta\varphi_{CD} = \varphi_C + \frac{32 \cdot M_{S2} \cdot l}{G \cdot \pi \cdot (d_1^4 - d_0^4)}$$

$$\varphi_D = -0.000393 + \frac{32 \cdot (-80 \, 000) \cdot 400}{8 \cdot 10^4 \cdot \pi \cdot (20^4 - 10^4)}$$

$$\varphi_D = -0.027555 \text{ rad}$$

6.9. Skręcanie – przykłady obliczeniowe

Przykład 6.1:



Dane:

$M_1=80 \text{ Nm}$, $M_2=20 \text{ Nm}$, $M_3=600 \text{ Nm}$,
 $d_1=20 \text{ mm}$, $d_0=10 \text{ mm}$, $d_2=30 \text{ mm}$,
 $G=8 \cdot 10^4 \text{ MPa}$, $l=400 \text{ mm}$

Szukane:

Wykresy: M_S , τ_{max} , ϕ

Przykład 6.2:

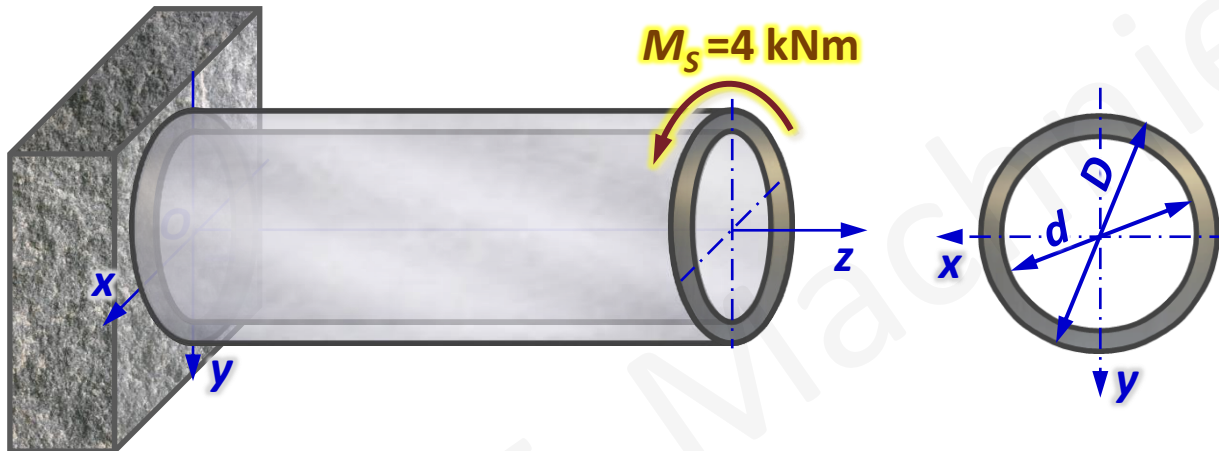
Obliczyć jaka być może maksymalna średnica otworu rury pokazanej na rysunku, obciążonej momentem skręcającym.

Dane:

$M_S = 4 \text{ kNm}$, $k_S = 80 \text{ MPa}$, $D = 80 \text{ mm}$

Szukane:

$d_{\max} = ?$



$$\tau_{\max} = \frac{M_S}{W_O} \leq k_S$$

$$J_O = \frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{32}$$

$$W_O = \frac{J_O}{\rho_{\max}} = \frac{2 \cdot J_O}{D}$$

$$W_O = \frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{16D}$$

$$\tau_{\max} = \frac{16 \cdot M_S \cdot D}{\pi \cdot (D^4 - d^4)} \leq k_S \Rightarrow$$

$$d \leq \sqrt[4]{D^4 - \frac{16 \cdot M_S \cdot D}{\pi \cdot k_S}}$$

$$\hookrightarrow d \leq \sqrt[4]{80^4 - \frac{16 \cdot 4 \cdot 10^6 \cdot 80}{\pi \cdot 80}}$$

$$\Rightarrow d_{\max} = 67.36 \text{ mm}$$

6.9.1. Skręcanie układów - przykłady obliczeniowe układów statycznie niewyznaczalnych

Przykład 6.3:

Dla wałka jak na rysunku wyznaczyć wartości momentów utwierdzenia a następnie sporządzić wykresy: momentu skręcającego (M_S), naprężeń skręcających (τ_{\max}) oraz kąta skręcenia (φ).

Dane:

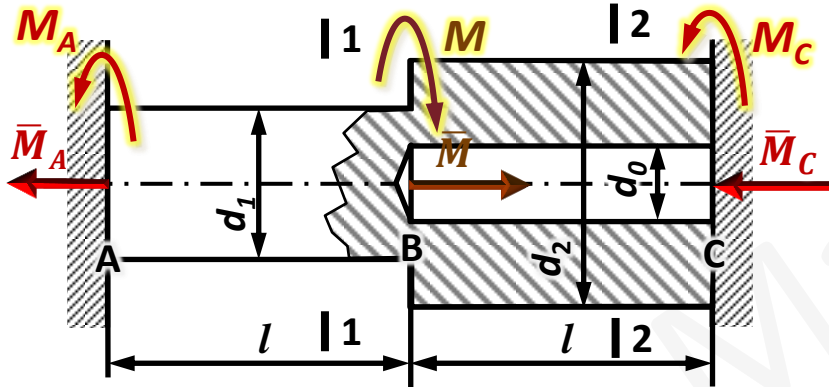
$$M=600 \text{ Nm}, G=8 \cdot 10^4 \text{ MPa}$$

$$d_1=20 \text{ mm}, d_0=10 \text{ mm}, d_2=30 \text{ mm}, l=400 \text{ mm}$$

Szukane:

$$M_A, M_C$$

Wykresy: $M_S, \tau_{\max}, \varphi$



1) Warunek równowagi statycznej:

$$\sum_{i=1}^n M_i = 0 \quad \Rightarrow \quad M = M_A + M_C$$

2) Warunek zgodności kątów skręcenia:

$$\Delta\varphi_{AC} = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} \Delta\varphi_{AB} + \Delta\varphi_{BC} = 0 \\ \Delta\varphi_{AB} = \frac{M_A l}{J_{01} G} \\ \Delta\varphi_{BC} = \frac{(M_A - M) l}{J_{02} G} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{M_A l}{J_{01} G} + \frac{(M_A - M) l}{J_{02} G} = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} J_{01} = \frac{\pi \cdot d_1^4}{32} \\ J_{02} = \frac{\pi \cdot (d_2^4 - d_0^4)}{32} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{M_A}{d_1^4} + \frac{(M_A - M)}{(d_2^4 - d_0^4)} = 0$$

$$\Rightarrow M_A = M \frac{d_1^4}{d_1^4 + d_2^4 - d_0^4}$$

6.9.1. Skręcanie układów - przykłady obliczeniowe układów statycznie niewyznaczalnych

Przykład 6.3:

Dla wałka jak na rysunku wyznaczyć wartości momentów utwierdzenia a następnie sporządzić wykresy: momentu skręcającego (M_S), naprężeń skręcających (τ_{\max}) oraz kąta skręcenia (φ).

Dane:

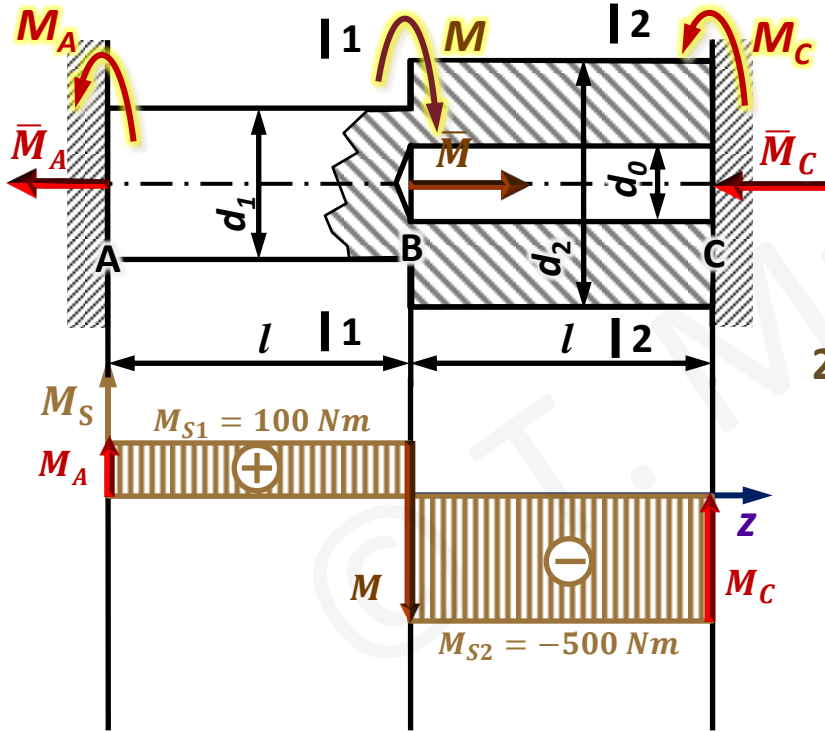
$$M=600 \text{ Nm}, G=8 \cdot 10^4 \text{ MPa}$$

$$d_1=20 \text{ mm}, d_0=10 \text{ mm}, d_2=30 \text{ mm}, l=400 \text{ mm}$$

Szukane:

$$M_A, M_C$$

Wykresy: $M_S, \tau_{\max}, \varphi$



$$M_A = M \frac{d_1^4}{d_1^4 + d_2^4 - d_0^4} = 600 \frac{20^4}{20^4 + 30^4 - 10^4}$$

$$M_A = 100 \text{ Nm}$$

$$M_C = 500 \text{ Nm}$$

$$2) \Rightarrow M_C = M - M_A$$

a) Wykres momentu skręcającego M_S ,

$$M_{S1} = M_A = 100 \text{ Nm}$$

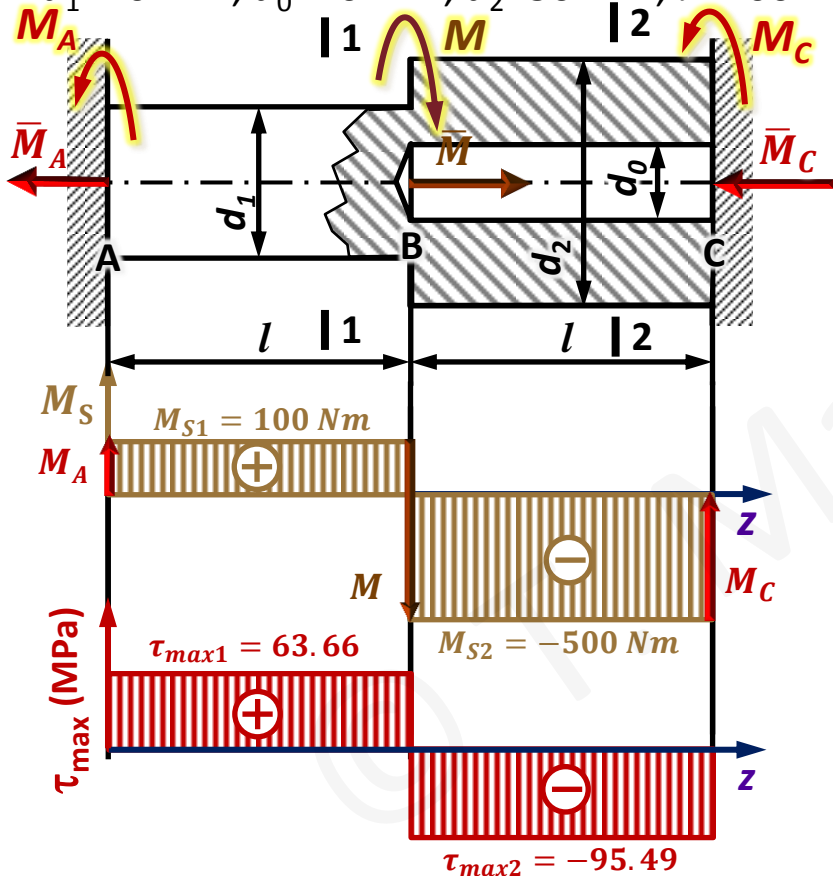
$$M_{S2} = M_A - M = -500 \text{ Nm}$$

6.9.1. Skręcanie układów - przykłady obliczeniowe układów statycznie niewyznaczalnych

Przykład 6.3:

Dane: $M=600 \text{ Nm}$, $G=8 \cdot 10^4 \text{ MPa}$
 $d_1=20 \text{ mm}$, $d_0=10 \text{ mm}$, $d_2=30 \text{ mm}$, $l=400 \text{ mm}$

Szukane: M_A , M_C
 Wykresy: M_S , τ_{\max} , φ



$$M_A = 100 \text{ Nm}$$

$$M_C = 500 \text{ Nm}$$

b) Wykres τ_{\max} :

$$\tau_{\max 1} = \frac{M_{S1}}{W_{O1}}; \quad W_{O1} = \frac{\pi \cdot d_1^3}{16}$$

$$\tau_{\max 1} = \frac{16 \cdot M_{S1}}{\pi \cdot d_1^3} = \frac{16 \cdot 100 \cdot 10^3}{\pi \cdot 20^3}$$

$$\tau_{\max 1} = 63.66 \text{ MPa}$$

por. p. 6.4

$$\tau_{\max 2} = \frac{M_{S2}}{W_{O2}}; \quad W_{O2} = \frac{\pi \cdot (d_2^4 - d_0^4)}{16 \cdot d_2}$$

$$\tau_{\max 2} = \frac{16 \cdot M_{S2} \cdot d_2}{\pi \cdot (d_2^4 - d_0^4)} = \frac{16 \cdot (-500 \text{ 000}) \cdot 30}{\pi \cdot (30^4 - 10^4)}$$

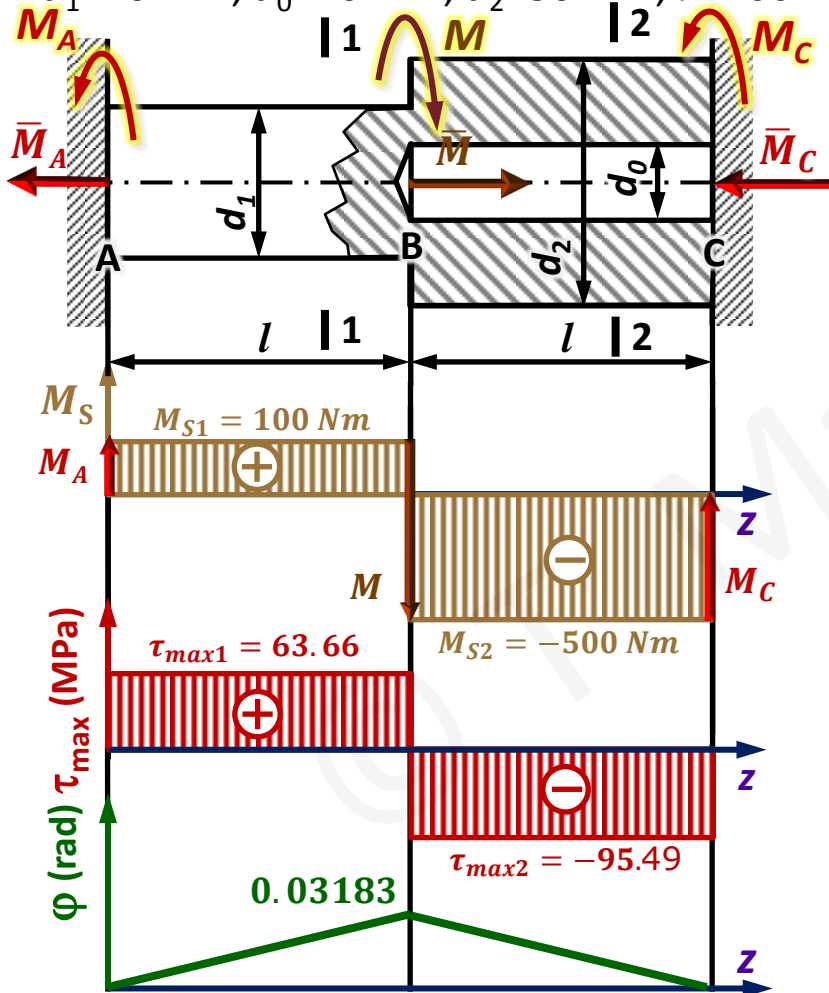
$$\tau_{\max 2} = -95.49 \text{ MPa}$$

Przykład 6.3:

Dane: $M=600 \text{ Nm}$, $G=8 \cdot 10^4 \text{ MPa}$
 $d_1=20 \text{ mm}$, $d_0=10 \text{ mm}$, $d_2=30 \text{ mm}$, $l=400 \text{ mm}$

Szukane: M_A , M_C

Wykresy: M_S , τ_{\max} , φ



$$M_A = 100 \text{ Nm}$$

$$M_C = 500 \text{ Nm}$$

$$\tau_{\max 1} = 63.66 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\max 2} = -95.49 \text{ MPa}$$

c) Wykres φ ,

$$\varphi_A = 0$$

$$\varphi_B = \varphi_A + \Delta\varphi_{AB}$$

$$\varphi_B = \varphi_A + \frac{32 \cdot M_{S1} \cdot l}{G \cdot \pi \cdot d_1^4} = 0 + \frac{32 \cdot 100\,000 \cdot 400}{8 \cdot 10^4 \cdot \pi \cdot 20^4}$$

$$\varphi_B = 0.03183 \text{ rad}$$

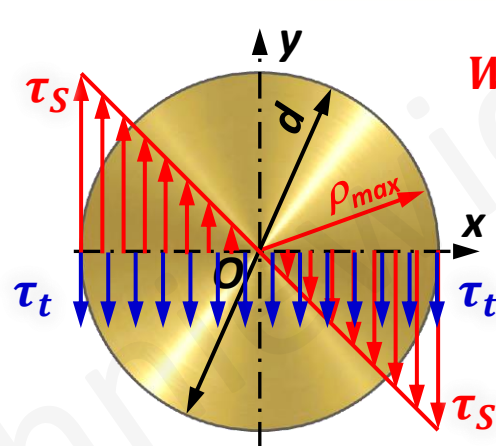
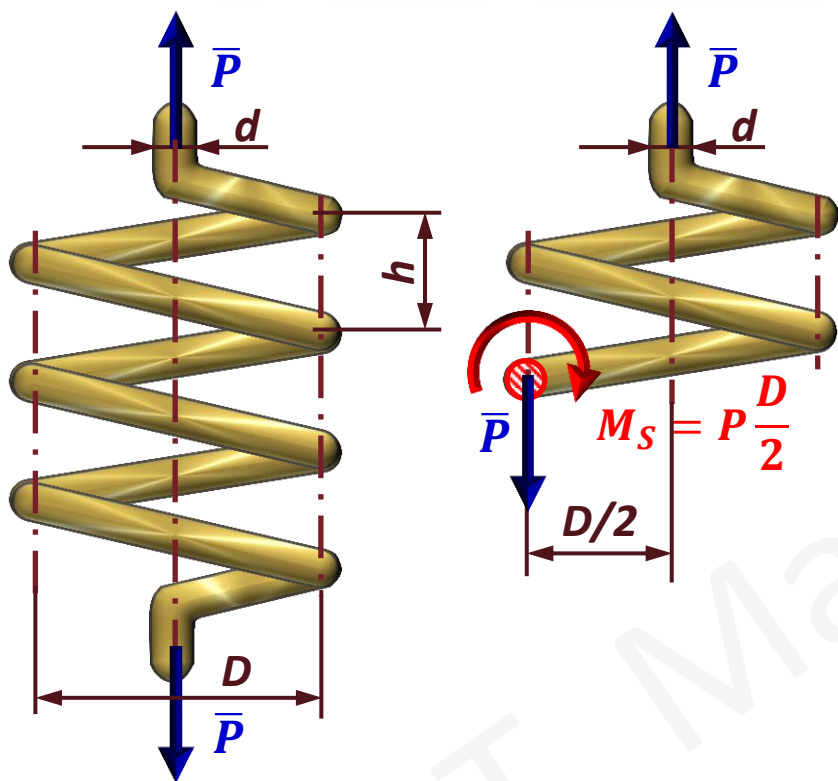
$$\varphi_C = 0 \quad \text{- z warunków zadania}$$

Sprawdzenie:

$$\varphi_C = \varphi_B + \Delta\varphi_{BC} = 0.03183 + \frac{32 \cdot (-500\,000) \cdot 400}{8 \cdot 10^4 \cdot \pi \cdot (30^4 - 10^4)}$$

$$\varphi_C = 0$$

6.10. Sprężyny śrubowe o małym skoku – naprężenia, warunek bezpieczeństwa



$$W_o = \frac{\pi \cdot d^3}{16}$$

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

$$\tau_{max} = \tau_s + \tau_t$$

$$\tau_s = \frac{M_s}{W_o} = \frac{P \cdot D/2}{\pi \cdot d^3/16} = \frac{8 \cdot P \cdot D}{\pi \cdot d^3}$$

$$\tau_t = \frac{P}{A} = \frac{P}{\pi \cdot d^2/4} = \frac{4 \cdot P}{\pi \cdot d^2}$$

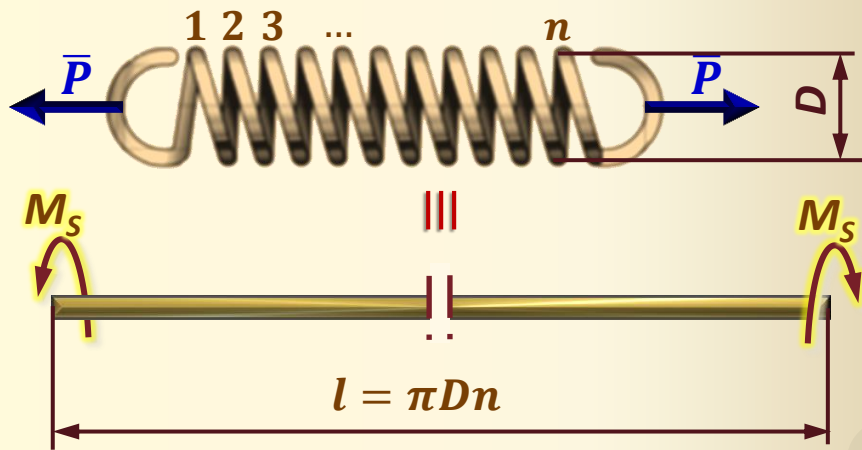
$$\tau_{max} = \tau_s + \tau_t = \frac{8 \cdot P \cdot D}{\pi \cdot d^3} + \frac{4 \cdot P}{\pi \cdot d^2} = \frac{8 \cdot P \cdot D}{\pi \cdot d^3} \left(1 + \frac{d}{2D} \right)$$

$$\tau_{max} = \frac{8 \cdot P \cdot D}{\pi \cdot d^3} \left(1 + \frac{d}{2D} \right) \leq k_s$$

k_s – dopuszczalne naprężenia styczne

6.11. Sprężyny śrubowe o małym skoku – ugięcie (λ)

Energia zmagazynowana w sprężynie (E)



l – długość drutu sprężyny (po rozwinięciu)

n – liczba zwoi,

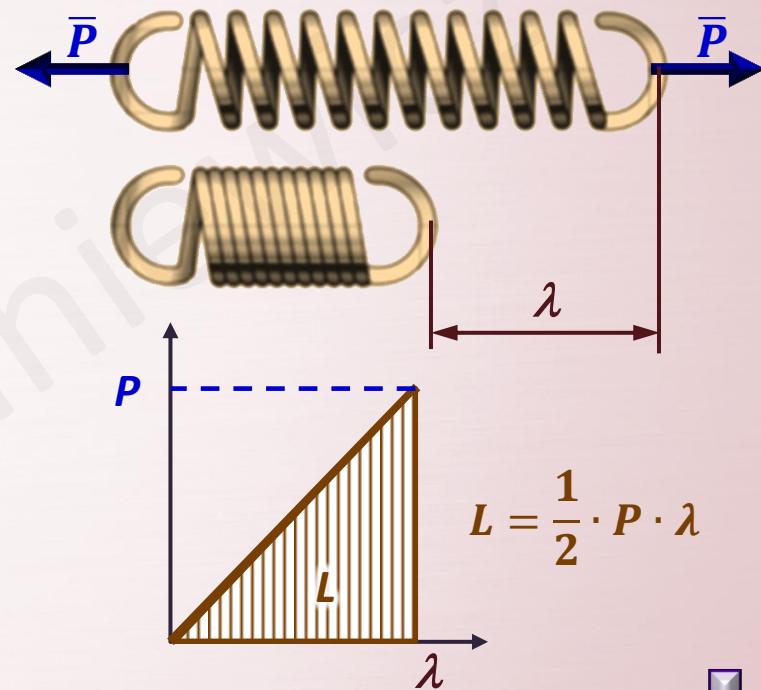
$$E = \frac{1}{2} \cdot M_S \cdot \varphi \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} E = \frac{M_S^2 \cdot l}{2 \cdot G \cdot J_0} \quad \dots$$

$$\varphi = \frac{M_S \cdot l}{G \cdot J_0} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} J_0 = \frac{\pi \cdot d^3}{32}$$

$$E = \frac{16 \cdot M_S^2 \cdot l}{G \cdot \pi \cdot d^4} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} E = \frac{4 \cdot P^2 \cdot D^2 \cdot l}{G \cdot \pi \cdot d^4}$$

$$M_S = P \frac{D}{2} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} l = \pi \cdot D \cdot n$$

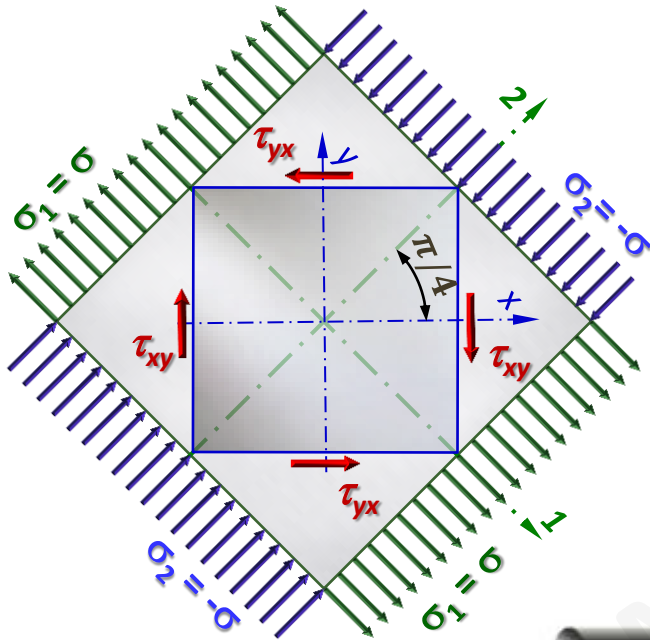
Praca wykonana nad sprężyną (L)



$$E = \frac{4 \cdot P^2 \cdot D^3 \cdot n}{G \cdot d^4} = \frac{1}{2} \cdot P \cdot \lambda = L$$

$$\lambda = \frac{8 \cdot P \cdot D^3 \cdot n}{G \cdot d^4}$$

6.12. Stan naprężenia w elemencie skręcanym



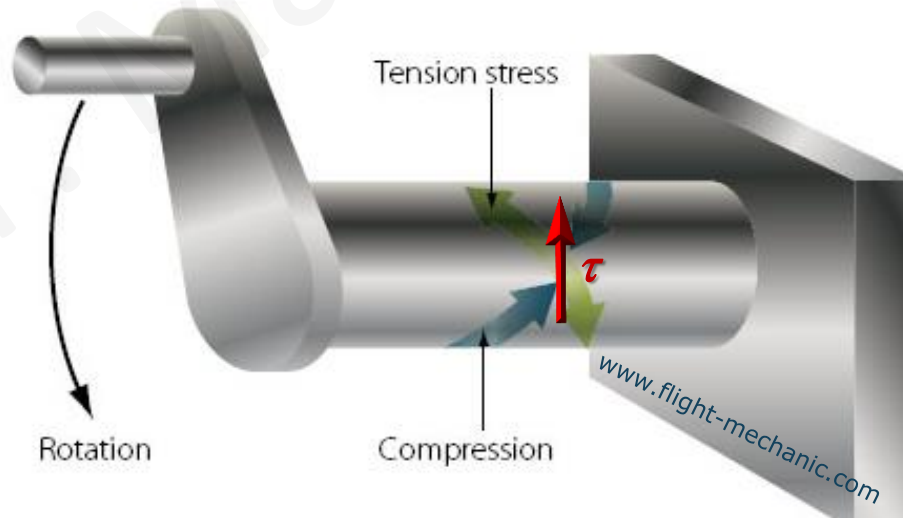
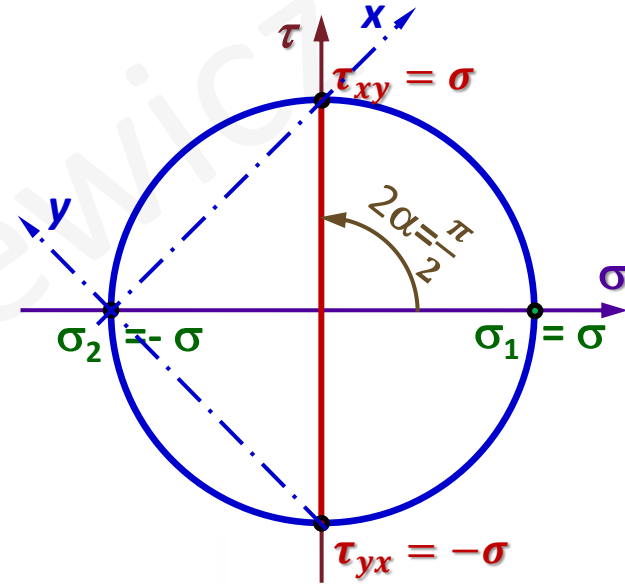
$$\sigma_x = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cos 2\alpha$$

$$\sigma_y = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} - \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cos 2\alpha$$

$$\tau_{xy} = -\tau_{yx} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha$$

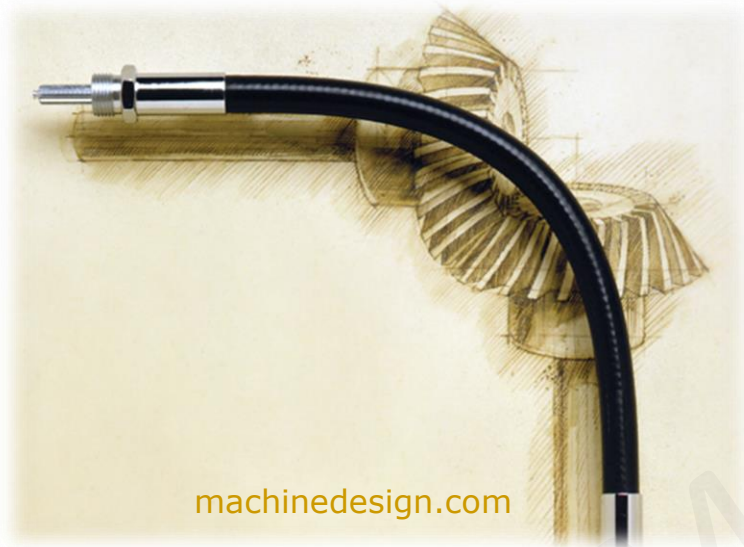
gdz: $\sigma_1 = \sigma, \sigma_2 = -\sigma, \alpha = \frac{\pi}{4}$:

$$\sigma_x = \sigma_y = 0, \tau_{xy} = -\tau_{yx} = \sigma$$

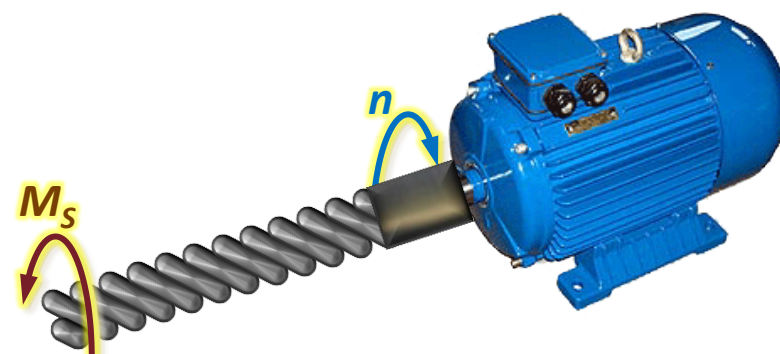
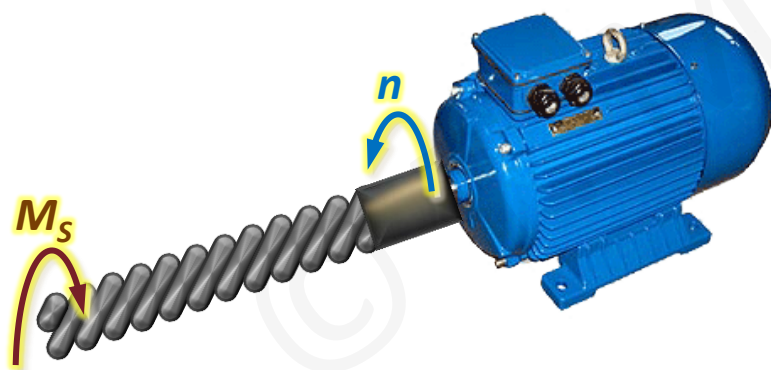
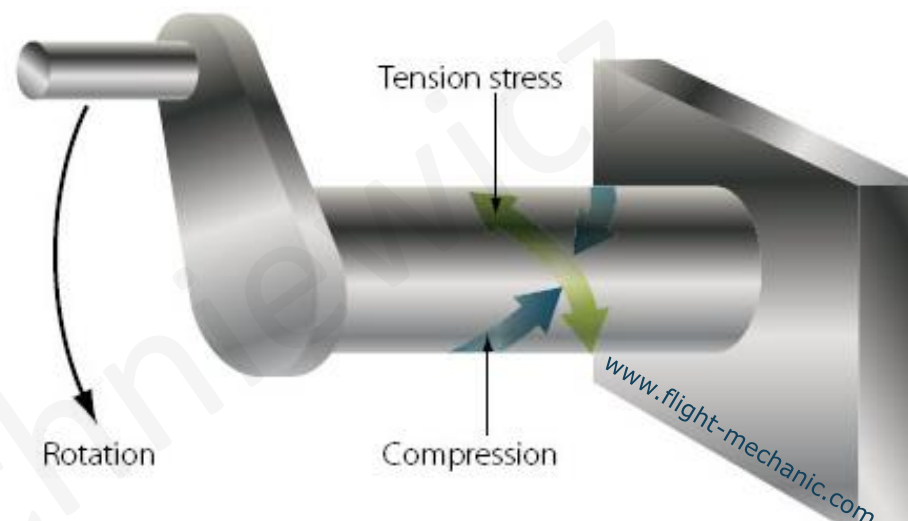
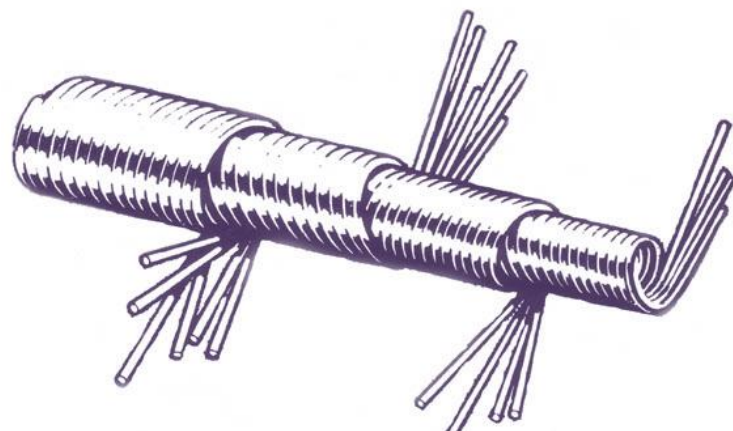


6.13. Wałki giętkie

Działanie i zastosowanie



6.13. Wałki giętkie



Kierunek obrotu wałków giętkich musi być przeciwny do kierunku nawinięcia drutu w jego zewnętrznej warstwie, tak by nie powodować jej rozluźniania.